TUYỂN CHỌN 124 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

QUAN HỆ VUÔNG GÓC

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

BÀI 1: VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1: Cho ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vectơ $\vec{x}=2\vec{a}-\vec{b};\vec{y}=-4\vec{a}+2\vec{b};\vec{z}=-3\vec{b}-2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?

A. Hai vectơ $\vec{y};\vec{z}$ cùng phương.

B. Hai vectơ $\vec{x};\vec{y}$ cùng phương.

C. Hai vectơ $\vec{x};\vec{z}$ cùng phương.

D. Ba vectơ $\vec{x};\vec{y};\vec{z}$ đồng phẳng.

Hướng dẫn giải

+ Nhận thấy: $\vec{y}=-2\vec{x}$ nên hai vectơ $\vec{x};\vec{y}$ cùng phương.

Câu 2: Trong mặt phẳng cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

B. Nếu $ABCD$ là hình thang thì $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}+2\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

C. Nếu $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

D. Nếu $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}+2\overrightarrow{OD}=\vec{0}$ thì $ABCD$ là hình thang.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định đúng?

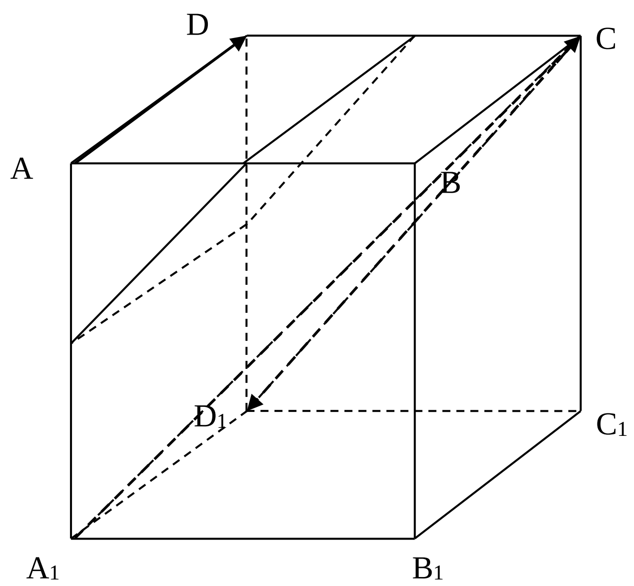
A. $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BD_1},\overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{CD_1},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{A_1B_1}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{CD_1},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{A_1C}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{C_1A}$ đồng phẳng.

Hướng dẫn giải



$+M,N,P,Q$ lần lượt là trung điểm của AB,AA_1,DD_1,CD .

$+CD_1 // (MNPQ).$

$+AD // (MNPQ).$

$+A_1C // (MNPQ).$

$\Rightarrow \overrightarrow{CD_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A_1C}$ đồng phẳng.

Câu 4: Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vectơ $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}; \vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}; \vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?

A. Ba vectơ $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$ đồng phẳng.

B. Hai vectơ $\vec{x}; \vec{a}$ cùng phương.

C. Hai vectơ $\vec{x}; \vec{b}$ cùng phương.

D. Ba vectơ $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$ đôi một cùng phương.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\vec{y} = \frac{1}{2}\left(\vec{x} + \vec{z}\right)$ nên ba vectơ $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$ đồng phẳng.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ:

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = k\overrightarrow{AC_1}$

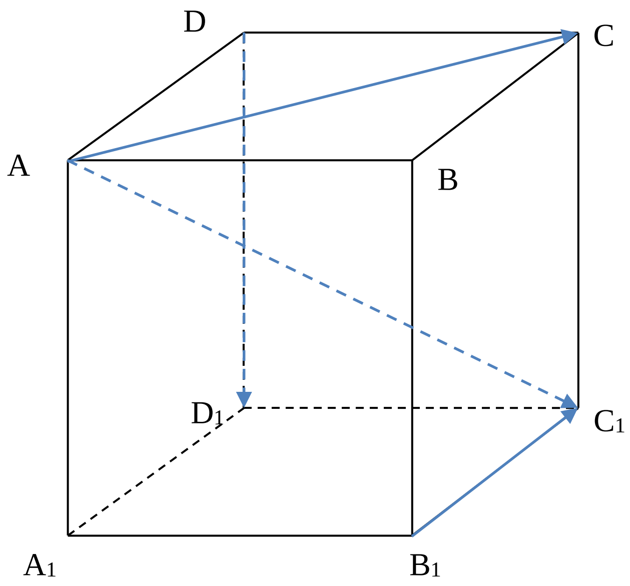
A. $k = 4$

B. $k = 1$

C. $k = 0$

D. $k = 2$.

Hướng dẫn giải



+ Ta có:

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1}$.

$= \overrightarrow{AC_1}$

Nên $k = 1$. Chọn **B**

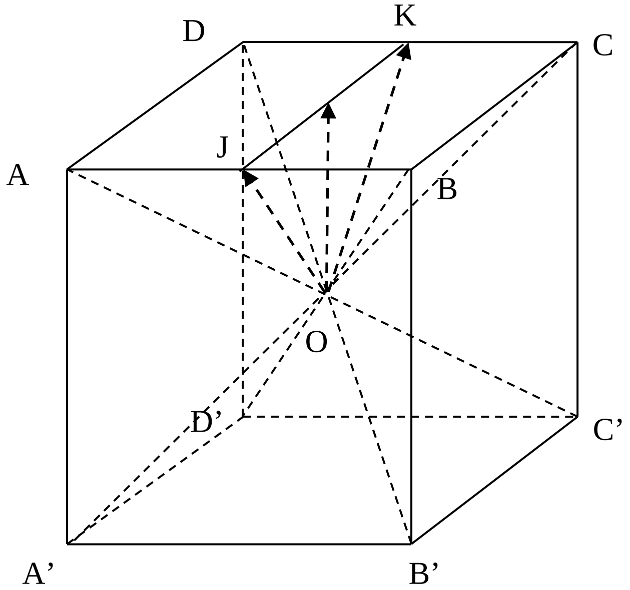
Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}, \overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. đúng?

A. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

B. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

C. $2\overrightarrow{OI}=\frac{1}{2}(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y})$.　　　　**D.** $2\overrightarrow{OI}=\frac{1}{4}(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y})$.

Hướng dẫn giải



+ Gọi J,K lần lượt là trung điểm của AB,CD.

+ Ta có:

$2\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{OJ}+\overrightarrow{OK}$

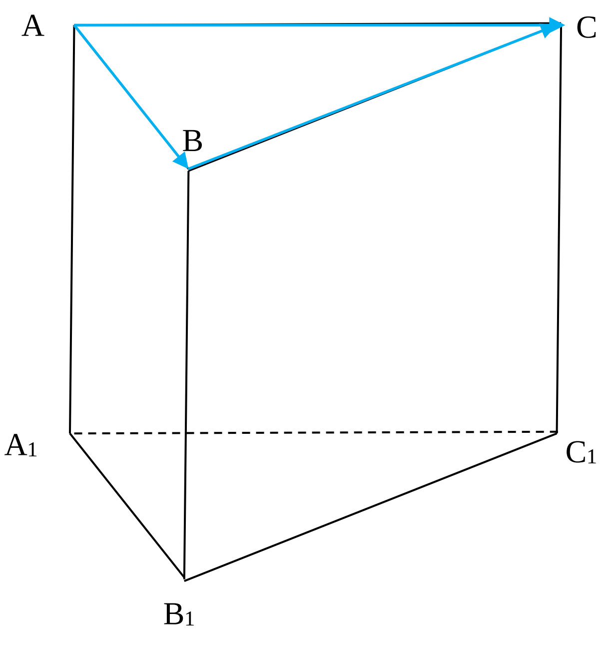
$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$

$=-\frac{1}{4}(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y})$

Câu 7: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overrightarrow{AA_1}=\vec{a},\overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c},\overrightarrow{BC}=\vec{d}$, trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.　　**B.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$.　　**C.** $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.　　**D.** $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$.

Hướng dẫn giải



+ Dễ thấy:

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

$\Rightarrow\ \vec{b}+\vec{d}-\vec{c}=\vec{0}$.

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

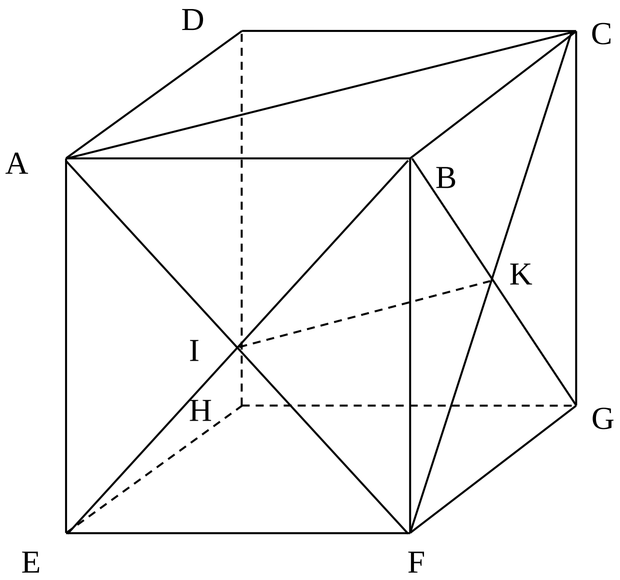
A. $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{AK},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{IK},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{EK},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{IK},\overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

Hướng dẫn giải



$+\begin{cases} IK\,//(ABCD) \\ GF\,//(ABCD) \\ \text{BD}\subset(\text{ABCD}) \end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{IK},\overrightarrow{GF},\overrightarrow{BD}$ đồng phẳng.

+ Các bộ vecto ở câu A,C,D không thể có giá cùng song song với một mặt phẳng.

Câu 9: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

A. Nếu giá của ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.

B. Nếu trong ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ có một vectơ $\vec{0}$ thì ba vectơ đó đồng phẳng.

C. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.

D. Nếu trong ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.

Hướng dẫn giải

+ Nắm vững khái niệm ba vecto đồng phẳng.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=2\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{CA_1}+2\overrightarrow{C_1C}=\vec{0}$.

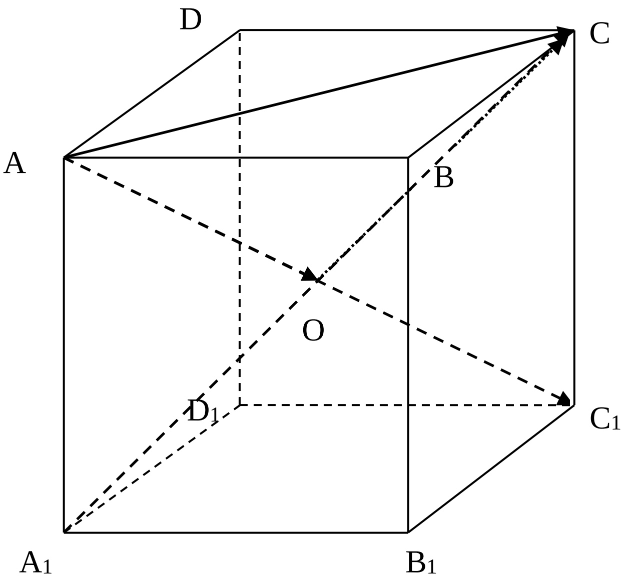
C. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AA_1}$.

D. $\overrightarrow{CA_1}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC_1}$.

Hướng dẫn giải

+ Gọi O là tâm của hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

+ Vận dụng công thức trung điểm để kiểm tra.



Câu 11: Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

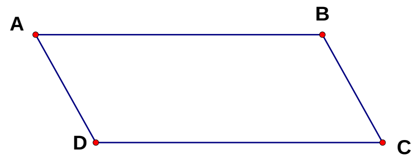
A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{O}$.

B. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

C. Cho hình chóp $S.ABCD$. Nếu có $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

D. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$.

Hướng dẫn giải



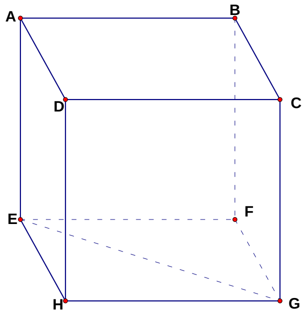
$\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}\Leftrightarrow \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AC}.$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}.\Leftrightarrow$ $ABCD$ là hình bình hành

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a.Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng?

A. $a^2\sqrt{2}$. **B.** a^2. **C.** $a^2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB}.(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH})$

$= \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EH}$

$= \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}\ (\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD})$

$= a^2$ (Vì $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD}$)

Câu 13: Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

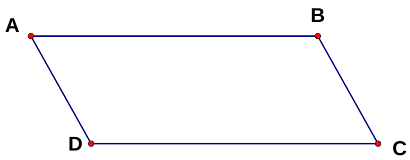
A. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

B. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải



$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng

B. $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$

C. Ba vectơ $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$

Hướng dẫn giải

A. Đúng vì $\overrightarrow{IK}, \overrightarrow{AC}$ cùng thuộc $(B'AC)$

B. Đúng vì

$\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{B'K} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) + \frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{c})$

$= \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}.$

C. Sai vì

$\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{IB'}+\overrightarrow{B'K}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\frac{1}{2}\left(-\vec{a}+\vec{c}\right)=\frac{1}{2}\left(\vec{b}+\vec{c}\right).$

$\Rightarrow \overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{IK}=-\vec{b}+\vec{c}+\vec{b}+\vec{c}=2\vec{c}=2\overrightarrow{B'C'}.$

$\Rightarrow$ ba véctơ đồng phẳng.

D. Đúng vì theo câu C

$\Rightarrow \overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{IK}=-\vec{b}+\vec{c}+\vec{b}+\vec{c}=2\vec{c}=2\overrightarrow{B'C'}=2\overrightarrow{BC}.$

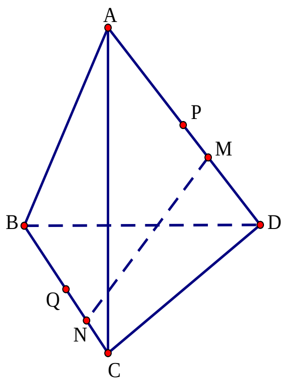
Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy M,N sao cho $AM=3MD; BN=3NC$. Gọi P,Q lần lượt là trung điểm của AD và BC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

A. Các vectơ $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

B. Các vectơ $\overrightarrow{MN},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng.

C. Các vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng.

D. Các vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.



A. Sai vì

$$\begin{cases}\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}\\ \overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BN}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}\\ 3\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{MD}+3\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{BN}\end{cases}$$

$\Rightarrow 4\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{BD},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.

B. Đúng vì

$$\begin{cases}\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{QN}\\ \overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CN}\end{cases}\Rightarrow 2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{DC}\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{DC}\right).$$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{PQ}$: đồng phẳng.

C. Đúng. Bằng cách biểu diễn $\overrightarrow{PQ}$ tương tự như trên ta có $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}\right).$

D. Đúng. Biểu diễn giống đáp án A ta có $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$.

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh đều bằng a. Hãy chỉ ra mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

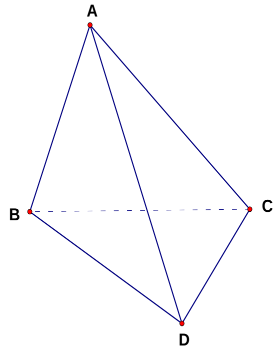
A. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$

B. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\frac{a^2}{2}$.

C. $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CD}$.

D. $AB\perp CD$ hay $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$.

Hướng dẫn giải



Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên các tam giác ABC, BCD, CDA, ABD là các tam giác đều.

A. Đúng vì $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$.

B. Đúng vì $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=-a.a.\cos 60^0=\dfrac{-a^2}{2}$.

C. Sai vì

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}=a.a.\cos 60^0=\dfrac{a^2}{2}$.

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}=-a.a.\cos 60^0=-\dfrac{a^2}{2}$.

D. Đúng vì $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CD}\Rightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{AC}=\vec{b}, \overrightarrow{AD}=\vec{c},$ gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

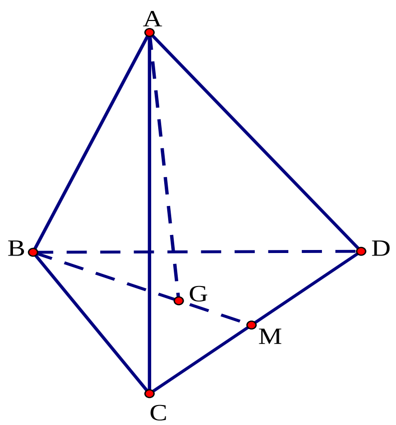
A. $\overrightarrow{AG}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

B. $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

D. $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{4}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

Hướng dẫn giải



Gọi M là trung điểm BC.

$$\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}=\vec{a}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BM}$$

$$=\vec{a}+\frac{2}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}\right)$$

$$=\vec{a}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)$$

$$=\vec{a}+\frac{1}{3}\left(-2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)=\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right).$$

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD. Chọn đẳng thức đúng

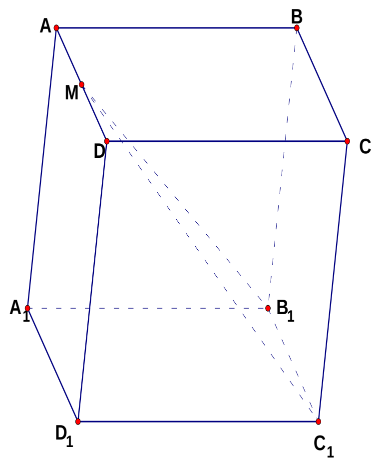
A. $\overrightarrow{B_1M}=\overrightarrow{B_1B}+\overrightarrow{B_1A_1}+\overrightarrow{B_1C_1}$.

B. $\overrightarrow{C_1M}=\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{C_1D_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

C. $\overrightarrow{C_1M}=\overrightarrow{C_1C}+\frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

D. $\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{B_1A_1}+\overrightarrow{B_1C_1}=2\overrightarrow{B_1D}$.

Hướng dẫn giải



A. Sai vì

$$\overrightarrow{B_1M}=\overrightarrow{B_1B}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BB_1}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}\right)$$

$$=\overrightarrow{BB_1}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{B_1A_1}+\overrightarrow{B_1D_1}\right)$$

$$=\overrightarrow{BB_1}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{B_1A_1}+\overrightarrow{B_1A_1}+\overrightarrow{B_1C_1}\right)$$

$$=\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{B_1A_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}.$$

B. Đúng vì

$$\overrightarrow{C_1M}=\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{C_1C}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CD}\right)$$

$$=\overrightarrow{C_1C}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{C_1A_1}+\overrightarrow{C_1D_1}\right)$$

$$=\overrightarrow{C_1C}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{C_1B_1}+\overrightarrow{C_1D_1}+\overrightarrow{C_1D_1}\right)$$

$$=\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{C_1D_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}.$$

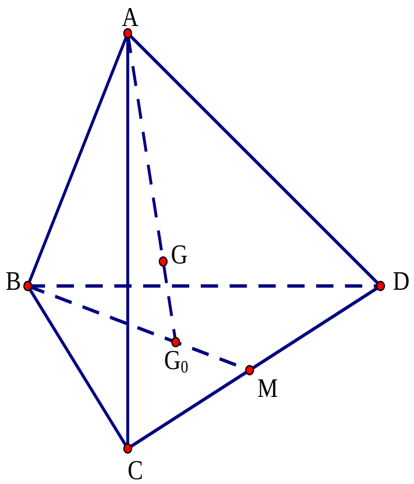
C. Sai. theo câu B suy ra

D. Đúng vì $\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{B_1A_1}+\overrightarrow{B_1C_1}=\overrightarrow{BA_1}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD_1}$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_O là giao điểm của GA và mp (BCD). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA}=-2\overrightarrow{G_0G}$. **B.** $\overrightarrow{GA}=4\overrightarrow{G_0G}$. **C.** $\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{G_0G}$. **D.** $\overrightarrow{GA}=2\overrightarrow{G_0G}$.

Hướng dẫn giải



Theo đề: G_O là giao điểm của GA và mp $\left(BCD\right)$

$\Rightarrow G_0$ là trọng tâm tam giác BCD.

$\Rightarrow \overrightarrow{G_0A}+\overrightarrow{G_0B}+\overrightarrow{G_0C}=\vec{0}$

Ta có: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{GA}=-\left(\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)$$

$$=-\left(3\overrightarrow{GG_0}+\overrightarrow{G_0A}+\overrightarrow{G_0B}+\overrightarrow{G_0C}\right)$$

$$=-3\overrightarrow{GG_0}=3\overrightarrow{G_0G}$$

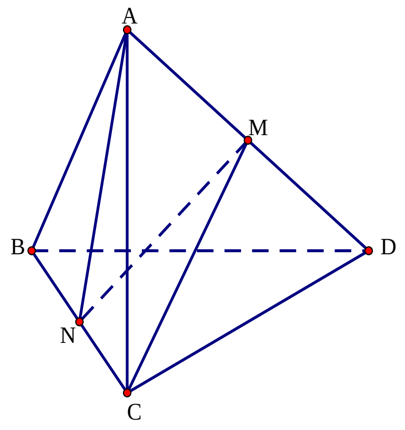
Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD,BC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

A. Các vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. **B.** Các vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.

C. Các vectơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.   **D.** Các vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Hướng dẫn giải

A. Đúng vì $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}\right)$.



B. Đúng vì từ N ta dựng véctơ bằng véctơ $\overrightarrow{MN}$ thì

$\overrightarrow{MN}$ không nằm trong mặt phẳng (ABC).

C. Sai. Tương tự đáp án B thì $\overrightarrow{AN}$ không nằm trong

mặt phẳng (CMN).

D. Đúng vì $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}\right)$.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Người ta định nghĩa "G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$". Khẳng định nào sau đây ***sai*** ?

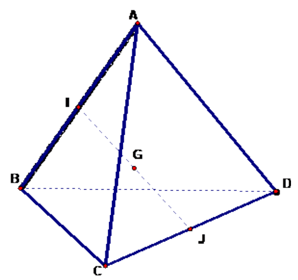
A. G là trung điểm của đoạn IJ (I, J lần lượt là trung điểm AB và CD)

B. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của AC và BD

C. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của AD và BC

D. Chưa thể xác định được.

Hướng dẫn giải



Ta có: $\left(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}\right) + \left(\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}\right) = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = \vec{0}$

G là trung điểm IJ nên đáp án A đúng

Tương tự cho đáp án B và C cũng đúng.

Câu 22: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$

B. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$

C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$

D. $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

Hướng dẫn giải

Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

Mà : $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1}$

Nên $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

Câu 23: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

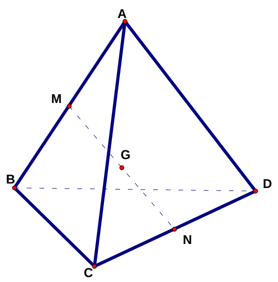
A. Từ $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{BA}=-3\overrightarrow{CA}$

B. Nếu $\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ thì B là trung điểm đoạn AC .

C. Vì $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}+5\overrightarrow{AD}$ nên bốn điểm $A,\ B,\ C,\ D$ đồng phẳng

D. Từ $\overrightarrow{AB}=-3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải



Ta có: $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}+5\overrightarrow{AD}$

Suy ra: $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ hay bốn điểm $A,\ B,\ C,\ D$ đồng phẳng.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $AB,\ CD$ và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

A. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=4\overrightarrow{MG}$

B. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GD}$

C. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

D. $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0}$.

Hướng dẫn giải

$M,\ N, G$ lần lượt là trung điểm của $AB,\ CD, MN$ theo quy tắc trung điểm :

$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{GM};\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=2\overrightarrow{GN};\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0}$

Suy ra: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

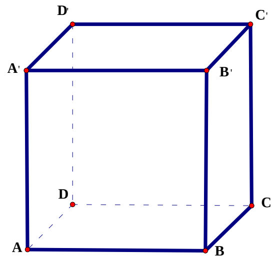
Hay $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=-\overrightarrow{GD}$.

Câu 25: Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ có cạnh bằng a. Hãy tìm mệnh đề **sai** trong những mệnh đề sau đây:

A. $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A'}=\vec{0}$ **B.** $\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{AB'}=a^2$

C. $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{CD'}=0$ **D.** $\left|\overrightarrow{AC'}\right|=a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải



Ta có : $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A'}=\vec{0}$

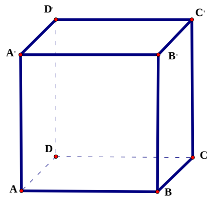
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)+\left(\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{D'A'}\right)=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+\vec{0}+\vec{0}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\vec{0}$ (vô lí)

Câu 26: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' với tâm O. Hãy chỉ ra đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau đây:

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$ **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$ **D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$ **.**

Hướng dẫn giải



Ta có : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}$ **(**vô lí)

Câu 27: Cho ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

A. Các vectơ $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c};\vec{y}=2\vec{a}-3\vec{b}-6\vec{c};\vec{z}=-\vec{a}+3\vec{b}+6\vec{c}$ đồng phẳng.

B. Các vectơ $\vec{x}=\vec{a}-2\vec{b}+4\vec{c};\vec{y}=3\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{c};\vec{z}=2\vec{a}-3\vec{b}-3\vec{c}$ đồng phẳng.

C. Các vectơ $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c};\vec{y}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c};\vec{z}=-\vec{a}+3\vec{b}+3\vec{c}$ đồng phẳng.

D. Các vectơ $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c};\vec{y}=2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c};\vec{z}=-\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ đồng phẳng.

Hướng dẫn giải

Các vectơ $\vec{x},\vec{y},\vec{z}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \exists m,n:\vec{x}=m\vec{y}+n\vec{z}$

Mà : $\vec{x}=m\vec{y}+n\vec{z}$

$\Leftrightarrow \vec{a}-2\vec{b}+4\vec{c}=m\left(3\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{c}\right)+n\left(2\vec{a}-3\vec{b}-3\vec{c}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m+2n=1 \\ -3m-3n=-2 \\ 2m-3n=4 \end{cases}$ (hệ vô nghiệm)

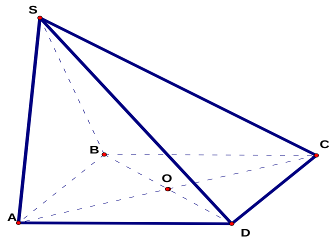
Vậy không tồn tại hai số $m,n:\vec{x}=m\vec{y}+n\vec{z}$

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi G là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{GS}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $G,\ S,\ O$ không thẳng hàng. **B.** $\overrightarrow{GS}=4\overrightarrow{OG}$

C. $\overrightarrow{GS}=5\overrightarrow{OG}$ **D.** $\overrightarrow{GS}=3\overrightarrow{OG}$.

Hướng dẫn giải



$\overrightarrow{GS}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS}+4\overrightarrow{GO}+\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)=\vec{0}$

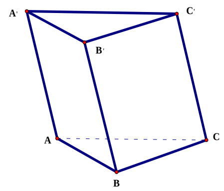
$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS}+4\overrightarrow{GO}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS}=4\overrightarrow{OG}$

Câu 29: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\ \overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Hãy phân tích (biểu thị) vectơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ $\vec{a},\vec{b},\ \vec{c}$.

A. $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ **B.** $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ **C.** $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$ **D.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

Hướng dẫn giải



Ta có: $\overrightarrow{BC'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC'}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=-\vec{b}+\vec{c}+\vec{a}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

Câu 30: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G. Mệnh đề nào sau đây là **sai?**

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ **B.** $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$

C. $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$ **D.** $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Hướng dẫn giải

G là trọng tâm tứ diện $ABCD$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{AG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{MN}=k\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$

A. $k=\frac{1}{2}$. **B.** $k=\frac{1}{3}$. **C.** $k=3$. **D.** $k=2$.

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right)$ (quy tắc trung điểm)

$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BD}\right)$

Mà $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ (vì M là trung điểm AB)

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$. Chọn A

Câu 32: Cho ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. Điều kiện nào sau đây khẳng định $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng?

A. Tồn tại ba số thực m,n,p thỏa mãn $m+n+p=0$ và $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$.

B. Tồn tại ba số thực m,n,p thỏa mãn $m+n+p\neq 0$ và $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$.

C. Tồn tại ba số thực m,n,p sao cho $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$.

D. Giá của $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng qui.

Hướng dẫn giải

Theo giả thuyết $m+n+p\neq 0 \Rightarrow$ tồn tại ít nhất một số khác 0.

Giả sử $m\neq 0$.

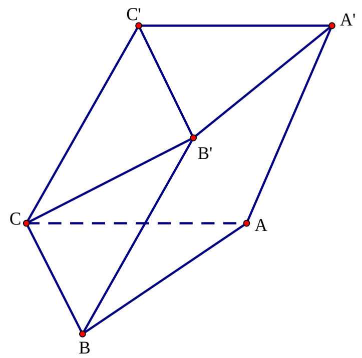
Từ $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}\Rightarrow \vec{a}=-\frac{n}{m}\vec{b}-\frac{p}{m}\vec{c}$.

$\Rightarrow a,\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng (theo định lý về sự đồng phẳng của ba véctơ). Chọn B.

Câu 33: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\ \overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Hãy phân tích (biểu thị) vectơ $\overrightarrow{B'C}$ qua các vectơ $\vec{a},\vec{b},\ \vec{c}$.

A. $\overrightarrow{B'C}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{B'C}=-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{B'C}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{B'C}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

Hướng dẫn giải



$\overrightarrow{B'C}=\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{B'C'}$ (qt hình bình hành)

$=-\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BC}=-\vec{a}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

Chọn D.

Câu 34: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?

A. Nếu $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ thì B là trung điểm của đoạn AC .

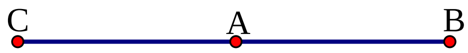
B. Từ $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$.

C. Vì $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$ nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

D. Từ $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}$.

Hướng dẫn giải

A. Sai vì $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Rightarrow$ A là trung điểm BC.



B. Sai vì $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{CB} = -4\overrightarrow{AC}$.



C. Đúng theo định lý về sự đồng phẳng của 3 véctơ.

D. Sai vì $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{CA}$ (nhân 2 vế cho -1).

Câu 35: Hãy chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

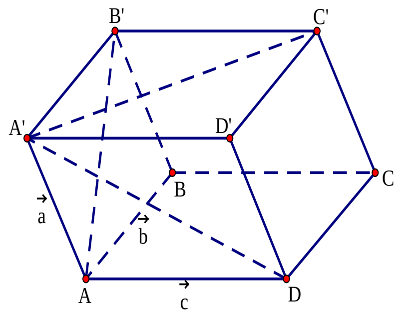
A. Ba véctơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba véctơ đó cùng phương.

B. Ba véctơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có một trong ba véctơ đó bằng véctơ $\vec{0}$.

C. véctơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ luôn luôn đồng phẳng với hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

D. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba véctơ $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng

Hướng dẫn giải



A. Đúng vì theo định nghĩa đồng phẳng.

B. Đúng vì theo định nghĩa đồng phẳng.

C. Sai

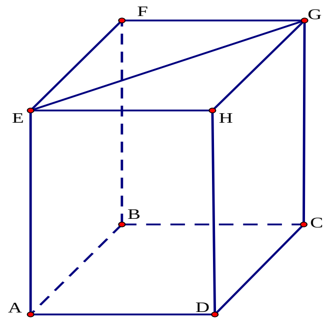
D. Đúng vì $\begin{cases} \overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{c} \\ \overrightarrow{AB'} = \vec{a} + \vec{b} \\ \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{CA} = -\vec{b} - \vec{c} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{DA'} - \overrightarrow{CA}$

$\Rightarrow$ 3 vectơ $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.

Câu 36: Trong các kết quả sau đây, kết quả nào đúng? Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh a. Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng:

A. a^2. **B.** $a\sqrt{2}$ **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG} = \left(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}\right)\left(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB}\right)$

$= \overrightarrow{EF}.\overrightarrow{AE} + EF^2 + \overrightarrow{EF}.\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{EH}.\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EH}.\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}.\overrightarrow{FB}$

$= 0 + a^2 + 0 + 0 + 0 + \overrightarrow{EH}.\overrightarrow{EA}$

$= a^2 + 0 = a^2$

Chọn A.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

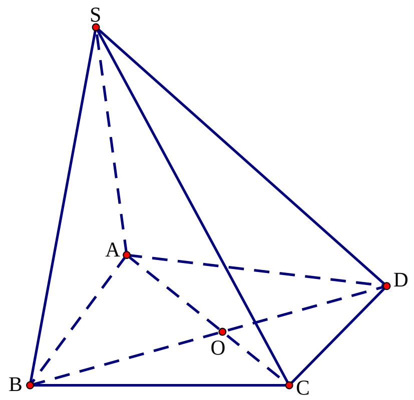
A. Nếu $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{SD} = 6\overrightarrow{SO}$ thì $ABCD$ là hình thang.

B. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$.

C. Nếu $ABCD$ là hình thang thì $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{SD} = 6\overrightarrow{SO}$.

D. Nếu $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

Hướng dẫn giải



A. Đúng vì $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{SD} = 6\overrightarrow{SO}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} + 2\overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Vì O, A, C và O, B, D thẳng hàng nên

đặt $\overrightarrow{OA} = k\overrightarrow{OC}; OB = m\overrightarrow{OD}$.

$\Rightarrow (k+1)\overrightarrow{OC} + (m+1)\overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Mà $\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}$ không cùng phương nên

$k=-2$ và $m=-2$.

$\Rightarrow \dfrac{OA}{OC}=\dfrac{OB}{OD}=2 \Rightarrow AB//CD.$

B. Đúng. Hs tự biến đổi bằng cách chêm điểm O vào vế trái.

C. Sai. Vì nếu $ABCD$ là hình thang cân có 2 đáy là AD, BC thì sẽ sai.

D. Đúng. Tương tự đáp án A với $k=-1, \text{m}=-1 \Rightarrow O$ là trung điểm 2 đường chéo.

Câu 38: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?

A. Từ hệ thức $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}-8\overrightarrow{AD}$ ta suy ra ba véctơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

B. Vì $\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{NP}=\vec{0}$ nên N là trung điểm của đoạn MP.

C. Vì I là trung điểm của đoạn AB nên từ một điểm O bất kì ta có $\overrightarrow{OI}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}.\right)$

D. Vì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$ nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

Hướng dẫn giải

A Đúng theo định nghĩa về sự đồng phẳng của 3 véctơ.

B. Đúng

C. Đúng vì $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IB}$

Mà $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ (vì I là trung điểm AB)

$\Rightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OI}$.

D. Sai vì không đúng theo định nghĩa sự đồng phẳng.

Câu 39: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}\,;\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. M là điểm xác định bởi $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. M là trung điểm BB'.

B. M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.

C. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

D. M là trung điểm CC'.

Hướng dẫn giải

A. M là trung điểm BB' $\Rightarrow 2\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OB'}=-\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{B'D}+\overrightarrow{BD'}\right)$ (quy tắc trung điểm).

$$=-\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{B'B}+\vec{b}-\vec{a}+\overrightarrow{BB'}+\vec{b}-\vec{a}\right) \text{ (quy tắc hình hộp).}$$

$$=-\frac{1}{2}\left(-2\vec{a}+2\vec{b}\right)=\vec{a}-\vec{b}.$$

$\Rightarrow$ A. Đúng.

Câu 40: Cho hai điểm phân biệt A, B và một điểm O bất kỳ không thuộc đường thẳng AB. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$.

B. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OB}=k\overrightarrow{BA}$.

C. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OA} + (1-k)\overrightarrow{OB}$.

D. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} = k\left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\right)$.

Hướng dẫn giải

A. Sai vì $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OI}$ (I là trung điểm AB)

$\Rightarrow \overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OI} \Rightarrow O, M, I$ thẳng hàng.

B. Sai vì $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} \Rightarrow M \equiv B$;

Và $\overrightarrow{OB} = k\overrightarrow{BA} \Rightarrow O, B, A$ thẳng hàng: vô lý

C. $\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OA} + (1-k)\overrightarrow{OB} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB} = k\left(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}\right)$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BA}$

$\Rightarrow B, A, M$ thẳng hàng.

D. Sai vì $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{OB} = k\left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\right) = k\overrightarrow{AB} \Rightarrow O, B, A$ thẳng hàng: vô lý.

BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN 1-40

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	C	A	B	A	C	B	A	A	C	B	C	C	A	C	B	B	C	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	B	C	B	A	B	B	B	D	C	A	B	D	C	C	A	C	D	A	C

Câu 41: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{PI} = k\left(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}\right)$

A. $k = 4$. **B.** $k = \frac{1}{2}$. **C.** $k = \frac{1}{4}$. **D.** $k = 2$.

Hướng dẫn giải :

Ta có $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PM}$, $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PN}$

nên $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN} = 2(\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}) = 2.2.\overrightarrow{PI} = 4\overrightarrow{PI}$

Vậy $k = \frac{1}{4}$

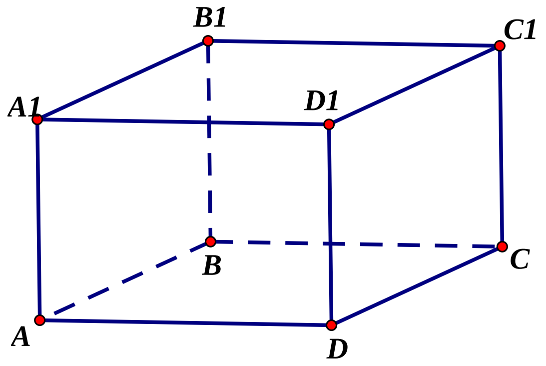
Câu 42: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai?**

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$.

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.



Hướng dẫn giải :

Ta có : $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DD_1}+\overrightarrow{BD_1}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{BD_1}=\overrightarrow{BA_1}+\overrightarrow{BD_1}\neq\overrightarrow{BC}$ nên D sai.

Do $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{B_1A_1}$. A đúng

Do $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{D_1C_1}+\overrightarrow{D_1A_1}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{D_1B_1}=\overrightarrow{A_1D_1}+\overrightarrow{D_1B_1}=\overrightarrow{A_1B_1}=\overrightarrow{DC}$ nên

$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{D_1C_1}+\overrightarrow{D_1A_1}=\overrightarrow{DC}$ nên B đúng.

Do $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB_1}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DD_1}=\overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.

Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $P,\ Q$ là trung điểm của AB và CD. Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **C.** $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}\right)$ **D.** $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$.

Hướng dẫn giải :

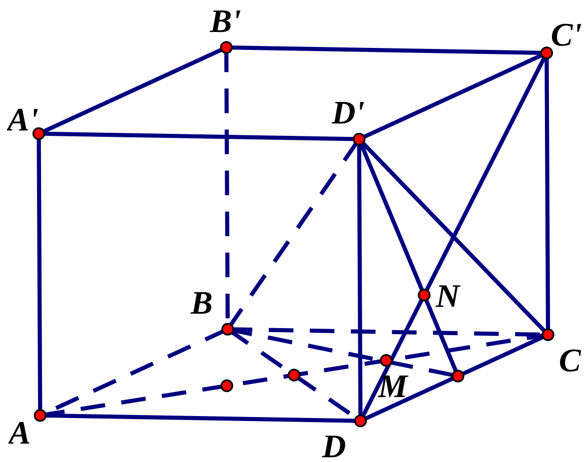
Ta có : $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DQ}$ nên

$2\overrightarrow{PQ}=\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right)+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}+\left(\overrightarrow{CQ}+\overrightarrow{DQ}\right)=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$. Vậy $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$

Câu 44: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. M là điểm trên AC sao cho $AC=3MC$. Lấy N trên đoạn $C'D$ sao cho $xC'D=C'N$. Với giá trị nào của x thì $MN \parallel BD'$.

A. $x=\frac{2}{3}$. **B.** $x=\frac{1}{3}$. **C.** $x=\frac{1}{4}$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

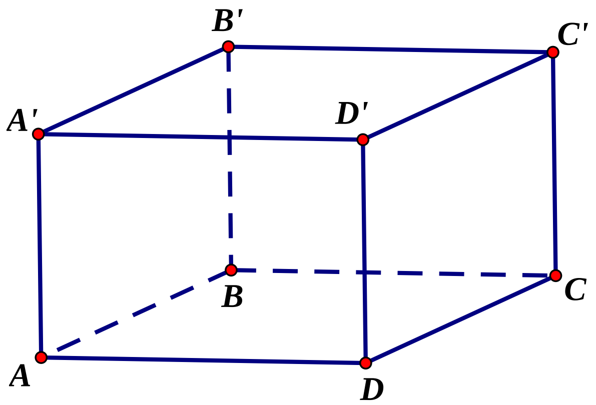
Hướng dẫn giải :



Câu 45: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=k\overrightarrow{BB'}$

A. $k=2$. **B.** $k=4$. **C.** $k=1$. **D.** $k=0$.

Hướng dẫn giải :



Ta có $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{D'B'}=\overrightarrow{BB'}$ nên $k=1$

Câu 46: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Vì I là trung điểm đoạn AB nên từ O bất kì ta có: $\overrightarrow{OI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$.

B. Vì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$ nên bốn điểm $A,\ B,\ C,\ D$ đồng phẳng.

C. Vì $\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{NP}=\vec{0}$ nên N là trung điểm đoạn NP.

D. Từ hệ thức $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}-8\overrightarrow{AD}$ ta suy ra ba vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

Hướng dẫn giải :

Do $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$ đúng với mọi điểm A,B,C,D nên câu B sai.

Câu 47: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Ba véctơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi ba véctơ đó có giá thuộc một mặt phẳng

B. Ba tia Ox,Oy,Oz vuông góc với nhau từng đôi một thì ba tia đó không đồng phẳng.

C. Cho hai véctơ không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khi đó ba véctơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số m,n sao cho $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$, ngoài ra cặp số m,n là duy nhất.

D. Nếu có $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ và một trong ba số m,n,p khác 0 thì ba véctơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

Hướng dẫn giải :

Ba véctơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi ba véctơ đó có giá song song hoặc thuộc một mặt phẳng. Câu A sai

Câu 48: Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{IA}+(2k-1)\overrightarrow{IB}+k\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

A. $k=2$. **B.** $k=4$. **C.** $k=1$. **D.** $k=0$.

Hướng dẫn giải :

Ta chứng minh được $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$ nên $k=1$

Câu 49: Cho ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. Nếu $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng thì từ $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ ta suy ra $m=n=p=0$.

B. Nếu có $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$, trong đó $m^2+n^2+p^2>0$ thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

C. Với ba số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p\neq 0$ ta có $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

D. Nếu giá của $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng qui thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

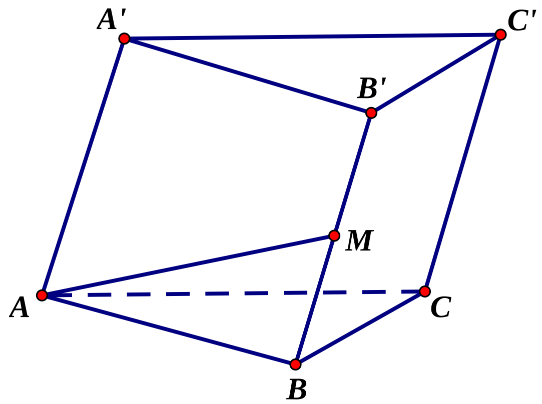
Hướng dẫn giải :

Câu D sai. Ví dụ phản chứng 3 cạnh của hình chóp tam giác đồng qui tại 1 đỉnh nhưng chúng không đồng phẳng.

Câu 50: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$ **B.** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$. **C.** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$.

Hướng dẫn giải :



Ta có $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$

Câu 51: Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c},\overrightarrow{BC}=\vec{d}$. Trong các biểu thức véctơ sau đây, biểu thức nào đúng.

A. $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$. **B.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. **C.** $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=0$. **D.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}$.

Chọn C.

Câu 52: Cho tứ diện $ABCD$ và I là trọng tâm tam giác ABC. Đẳng thức đúng là.

A. $6\overrightarrow{SI}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$. **B.** $\overrightarrow{SI}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$.

C. $\overrightarrow{SI}=3\left(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right)$. **D.** $\overrightarrow{SI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{SB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$.

Hướng dẫn giải:

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=3\overrightarrow{SI}\Leftrightarrow\overrightarrow{SI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{SB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$.

Chọn D.

Câu 53: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng.

A. Ba véctơ đồng phẳng là ba véctơ cùng nằm trong một mặt phẳng.

B. Ba véctơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng thì có $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$ với m,n là các số duy nhất.

C. Ba véctơ không đồng phẳng khi có $\vec{d}=m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}$ với $\vec{d}$ là véctơ bất kì.

D. Ba véctơ đồng phẳng là ba véctơ có giá cùng song song với một mặt phẳng.

Hướng dẫn giải:

Câu A sai vì ba véctơ đồng phẳng là ba véctơ có giá cùng song song với cùng một mặt phẳng.

Câu B sai vì thiếu điều kiện 2 véctơ $\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương.

Câu C sai vì $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$ với $\vec{d}$ là véctơ bất kì không phải là điều kiện để 3 véctơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 54: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k\left(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}\right) = \vec{0}$.

A. $k = 0$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = 4$. **D.** $k = 2$.

Hướng dẫn giải:

Với $k = 1$ ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + 1.\left(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}\right) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

Chọn B.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABC$ Lấy các điểm A', B', C' lần lượt thuộc các tia SA, SB, SC sao cho $SA = a.SA', SB = b.SB', SC = c.SC'$, trong đó a, b, c là các số thay đổi. Tìm mối liên hệ giữa a, b, c để mặt phẳng $(A'B'C')$ đi qua trọng tâm của tam giác ABC.

A. $a + b + c = 3$. **B.** $a + b + c = 4$. **C.** $a + b + c = 2$. **D.** $a + b + c = 1$.

Hướng dẫn giải:

Nếu $a = b = c = 1$ thì $SA = SA', SB = SB', SC = SC'$ nên $(ABC) \equiv (A'B'C')$.

=> $(A'B'C')$ đi qua trọng tâm của tam giác ABC => $a + b + c = 3$ là đáp án đúng.

Chọn A.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}, \overrightarrow{SB} = \vec{b}, \overrightarrow{SC} = \vec{c}, \overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$. **B.** $\vec{a} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{b} = \vec{0}$. **C.** $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Ta có: $\begin{cases} \vec{a} + \vec{c} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \vec{b} + \vec{d} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases}$ => $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$

Chọn A.

Câu 57: Cho hình tứ diện ABCD có trọng tâm G. Mệnh đề nào sau đây **sai**.

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thuyết trên thì với O là một điểm bất kỳ ta luôn có: $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right)$.

Ta thay điểm O bởi điểm A thì ta có:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right) \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$$

Do vậy $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$ là sai.

Chọn A.

Câu 58: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O. Chọn đẳng thức **sai.**

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD_1}$.

B. $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC_1}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D_1A}=\vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AD_1}+\overrightarrow{D_1O}+\overrightarrow{OC_1}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AB_1}$, $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD_1}=\overrightarrow{AD_1}$ mà $\overrightarrow{AB_1}\neq\overrightarrow{AD_1}$ nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD_1}$ sai.

Chọn A.

Câu 59: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b})$.

B. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b})$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $\vec{c}+\vec{d}-\vec{b}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AP}-2\overrightarrow{AM}=2\left(\overrightarrow{MP}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b})$.

Chọn D.

Câu 60: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BD_1},\overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{BA_1},\overrightarrow{BD_1},\overrightarrow{BD}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BA_1},\overrightarrow{BD_1},\overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BA_1},\overrightarrow{BD_1},\overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.

Hướng dẫn giải:

Ta có 3 véctơ $\overrightarrow{BA_1},\overrightarrow{BD_1},\overrightarrow{BC}$ đồng phẳng vì chúng có giá cùng nằm trên mặt phẳng (BCD_1A_1).

Chọn C.

Câu 61: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD. Đặt $\vec{x}=\overrightarrow{AB}$; $\vec{y}=\overrightarrow{AC}$; $\vec{z}=\overrightarrow{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\vec{x}+\vec{y}+\vec{z})$.

B. $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{3}(\vec{x}+\vec{y}+\vec{z})$.

C. $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}(\vec{x}+\vec{y}+\vec{z})$.

D. $\overrightarrow{AG}=-\frac{2}{3}(\vec{x}+\vec{y}+\vec{z})$.

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}\\ \overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CG}\\ \overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DG}\end{array}\right\}\Rightarrow 3\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{DG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\vec{x}+\vec{y}+\vec{z}$$

Vì G là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{DG}=\vec{0}$.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}$.

B. Nếu $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

C. Nếu $ABCD$ là hình thang thì $\overrightarrow{SB}+2\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+2\overrightarrow{SC}$.

D. Nếu $\overrightarrow{SB}+2\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+2\overrightarrow{SC}$ thì $ABCD$ là hình thang.

Hướng dẫn giải:

Đáp án **C** sai do nếu $ABCD$ là hình thang có 2 đáy lần lượt là AD và BC thì ta có $\overrightarrow{SD}+2\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}+2\overrightarrow{SA}$.

Câu 63: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{MN}=k\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$

A. $k=3$. **B.** $k=\frac{1}{2}$. **C.** $k=2$. **D.** $k=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}\\ \overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}\end{array}\right\}\Rightarrow 2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{DN}+\overrightarrow{CN}$

Mà M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BM}=-\overrightarrow{MB}$; $\overrightarrow{DN}=\overrightarrow{NC}=-\overrightarrow{CN}$

Do đó $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$.

Câu 64: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \overrightarrow{AC}=\vec{b},\ \overrightarrow{AD}=\vec{c},$ gọi M là trung điểm của BC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$ **B.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(-2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$

C. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$.**D.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right).$$

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=k\overrightarrow{DG}$

A. $k=\frac{1}{3}$. **B.** $k=2$. **C.** $k=3$. **D.** $k=\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chứng minh tương tự câu 61 ta có $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{DG}$.

BÀI 2: HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

Câu 66: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DH}$?

A. 45^o **B.** 90^o **C.** 120^o **D.** 60^o

Hướng dẫn giải:

$\left.\begin{array}{l}AB\perp AE\\ AE\,//\,DH\end{array}\right\}\Rightarrow AB\perp DH\Rightarrow\left(\widehat{AB,DH}\right)=90^o$

Câu 67: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song với c (hoặc b trùng với c).

B. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c.

C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véctơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

Câu 68: Trong không gian cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABC'D'$ có chung cạnh AB và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau, lần lượt có tâm O và O'. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{OO'}$?

A. 60^o **B.** 45^o **C.** 120^o **D.** 90^o

Hướng dẫn giải:

Vì $ABCD$ và $ABC'D'$ là hình vuông nên $AD // BC'$; $AD = BC' \Rightarrow ADBC'$ là hình bình hành

Mà O; O' là tâm của 2 hình vuông nên O; O' là trung điểm của BD và AC' $\Rightarrow OO'$ là đường trung bình của $ADBC' \Rightarrow OO' // AD$

Mặt khác, $AD \perp AB$ nên $OO' \perp AB \perp \Rightarrow \widehat{(OO', AB)} = 90^o$

Câu 69: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^0$, $\widehat{CAD} = 90^0$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{IJ}$ và $\overrightarrow{CD}$?

A. 45^o **B.** 90^o **C.** 60^o **D.** 120^o

Hướng dẫn giải:

Ta có BAC và BAD là 2 tam giác đều, I là trung điểm của AB nên $CI = DI$ (2 đường trung tuyến của 2 tam giác đều chung cạnh AB) nên CID là tam giác cân ở I. Do đó $IJ \perp CD$.

Câu 70: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a // b$.

B. Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

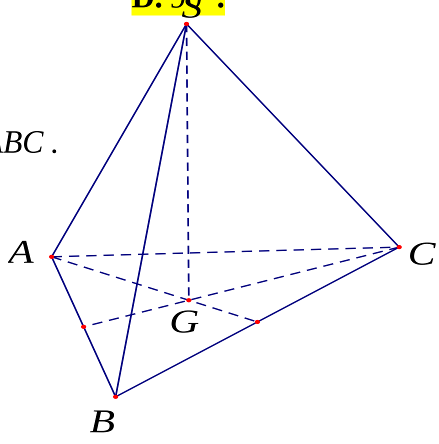
C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a // b$.

D. Nếu a và b cùng nằm trong $mp(\alpha) // c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c.

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$?

A. 60^0. **B.** 120^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Hướng dẫn.



Ta có: $\Delta SAB = \Delta SBC = \Delta SCA\ (c-g-c) \Rightarrow AB = BC = CA$.

Do đótam giác ABC đều. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

Vì hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ nên hình chiếu của S trùng với G

Hay $SG \perp (ABC)$.

Ta có: $\begin{cases} AC \perp BG \\ AC \perp SG \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBG)$

Suy ra $AC \perp SB$.

Vậy góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 90^0.

Câu 72: Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD. Mặt phẳng (P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q. Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

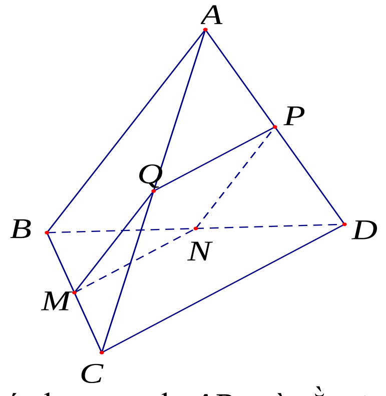
A. Hình thang.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Tứ giác không phải là hình thang.

Hướng dẫn



Ta có: $\begin{cases}(MNPQ)//AB\\(MNPQ)\cap(ABC)=MQ\end{cases}\Rightarrow MQ//AB.$

Tương tự ta có: $MN//CD,\ NP//AB,\ QP//CD$.

Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

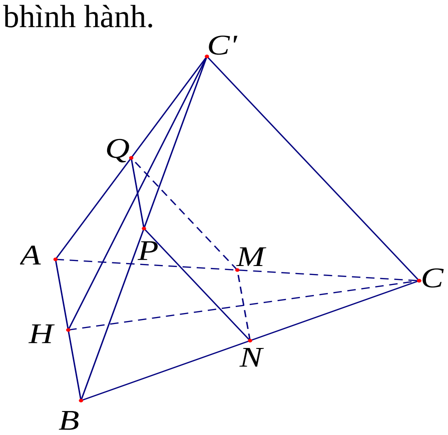
lại có $MN\perp MQ\left(do\ AB\perp CD\right)$.

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Câu 73: Trong không gian cho hai tam giác đều ABC và ABC' có chung cạnh AB và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi $M,\ N,\ P,\ Q$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $AC,\ CB,\ BC'$ và $C'A$. Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình vuông. **D.** Hình thang.

Hướng dẫn



Vì $M,\ N,\ P,\ Q$ nên dễ thấy tứ giác $MNPQ$ là hình bhình hành.

Gọi H là trung điểm của AB.

Vì hai tam giác ABC và ABC' nên $\begin{cases}CH\perp AB\\C'H\perp AB\end{cases}$

Suy ra $AB\perp(CHC')$. Do đó $AB\perp CC'$.

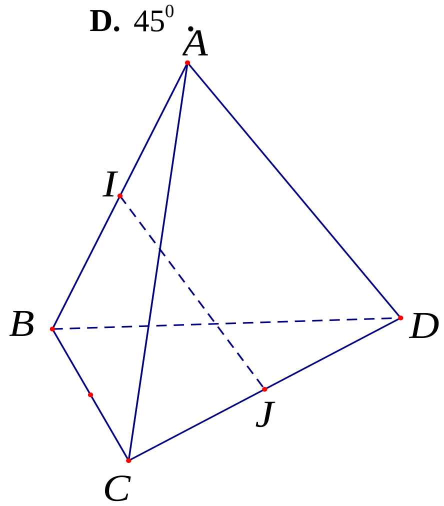
Ta có: $\begin{cases}PQ//AB\\PN//CC'\\AB\perp CC'\end{cases}\Rightarrow PQ\perp PN$.

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Câu 74: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=AD$ và $\widehat{BAC}=\widehat{BAD}=60^0,\widehat{CAD}=90^0$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$?

A. 120^0 . **B.** 90^0 . **C.** 60^0 . **D.** 45^0 .

Hướng dẫn



Xét tam giác ICD có J là trung điểm đoạn CD.

Ta có: $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right)$

Vì tam giác ABC có $AB=AC$ và $\widehat{BAC}=60^0$

Nên tam giác ABC đều. Suy ra: $CI\perp AB$

Tương tự ta có tam giác ABD đều nên $DI\perp AB$.

Xét $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right).\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{IC}.\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{ID}.\overrightarrow{AB}=\vec{0}$.

Suy ra $\overrightarrow{IJ}\perp\overrightarrow{AB}$. Hay góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$ bằng 90^0 .

Câu 75: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Chọn khẳng định đúng?

A. $AB^2+AC^2+AD^2+BC^2+BD^2+CD^2=3\left(GA^2+GB^2+GC^2+GD^2\right)$.

B. $AB^2+AC^2+AD^2+BC^2+BD^2+CD^2=4\left(GA^2+GB^2+GC^2+GD^2\right)$.

C. $AB^2+AC^2+AD^2+BC^2+BD^2+CD^2=6\left(GA^2+GB^2+GC^2+GD^2\right)$.

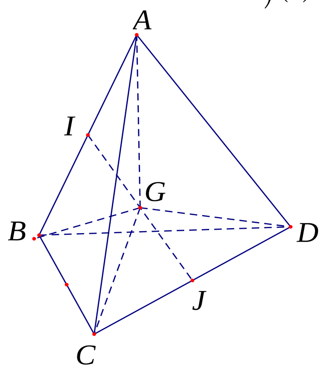
D. $AB^2+AC^2+AD^2+BC^2+BD^2+CD^2=2\left(GA^2+GB^2+GC^2+GD^2\right)$.

Hướng dẫn

$AB^2+AC^2+AD^2+BC^2+BD^2+CD^2$

$=\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GC}\right)^2+\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GD}\right)^2+\left(\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GC}\right)^2+\left(\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GD}\right)^2+\left(\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{GD}\right)^2$

$=3AG^2+3BG^2+3CG^2+3DG^2+2\left(\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{CG}.\overrightarrow{GD}\right)(1)$



Lại có:

$\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{\mathrm{GD}}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow GA^2+GB^2+GC^2+\mathrm{GD}^2$

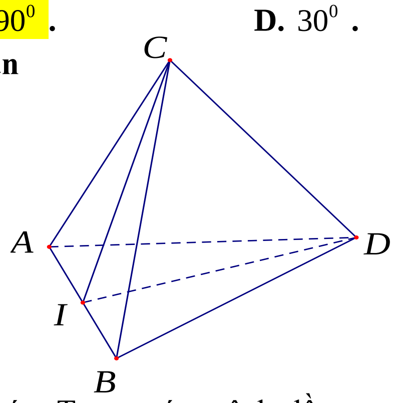
$=2\left(\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{CG}.\overrightarrow{GD}\right)(2)$

Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh.

Câu 76: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD là?

A. 120^0. **B.** 60^0 . **C.** 90^0 . **D.** 30^0 .

Hướng dẫn



Gọi I là trung điểm của AB

Vì ABC và ABD là các tam giác đều

Nên $\begin{cases} CI\perp AB \\ DI\perp AB \end{cases}$.

Suy ra $AB\perp (CID)\Rightarrow AB\perp CD$.

Câu 77: Cho tứ diện $ABCD$ có hai cặp cạnh đối vuông góc. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Tứ diện có ít nhất một mặt là tam giác nhọn.

B. Tứ diện có ít nhất hai mặt là tam giác nhọn.

C. Tứ diện có ít nhất ba mặt là tam giác nhọn.

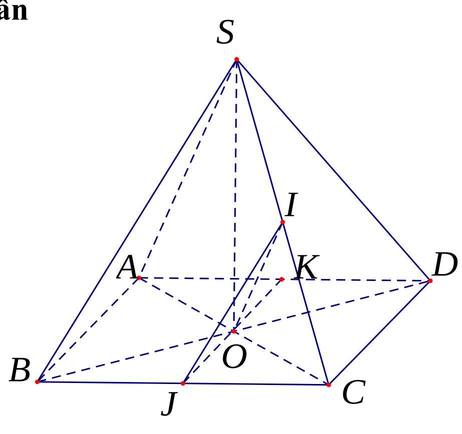
D. Tứ diện có cả bốn mặt là tam giác nhọn.

Bài này em không biết chứng minh. Nghĩ mãi bằng phản chứng mà không xong. Huhu.

Câu 78: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc (IJ, CD) bằng:

A. 90^0. **B.** 45^0 . **C.** 30^0 . **D.** 60^0 .

Hướng dẫn



Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD$.

Ta có: $OJ//CD$.

Nên góc giữa IJ và CD bằng góc giữa IJ và OJ .

Xét tam giác IOJ có

$IJ=\frac{1}{2}SB=\frac{a}{2}, OJ=\frac{1}{2}CD=\frac{a}{2}, IO=\frac{1}{2}SA=\frac{a}{2}$.

Nên tam giác IOJ đều.

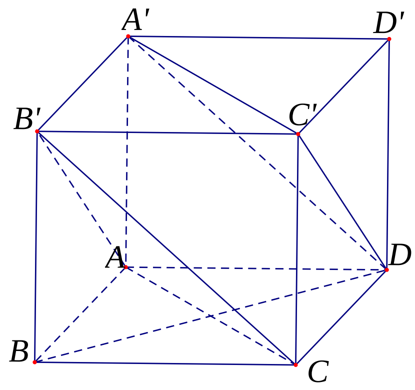
Vậy góc giữa IJ và CD bằng góc giữa IJ và OJ

bằng góc $\widehat{IJO} = 60^0$.

Câu 79: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử tam giác $AB'C$ và $A'DC'$ đều có 3 góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?

A. $\widehat{AB'C}$. **B.** $\widehat{DA'C'}$. **C.** $\widehat{BB'D}$. **D.** $\widehat{BDB'}$.

Hướng dẫn

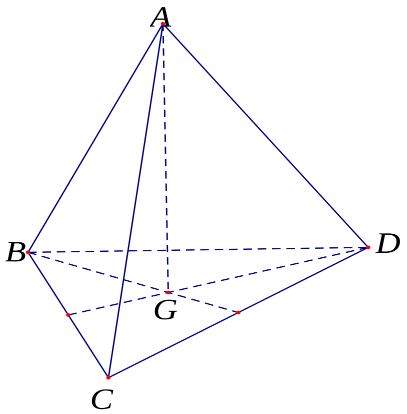


Ta có: $AC//A'C'$ nên góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và $A'D$ bằng góc nhọn $\widehat{DA'C'}$ (Vì tam giác $A'DC'$ đều có 3 góc nhọn

Câu 80: Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Hướng dẫn



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

Vì tứ diện $ABCD$ đều nên $AG \perp (BCD)$.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AG \\ CD \perp BG \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABG) \Rightarrow CD \perp AB$.

Vậy số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 90^0

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	D	B	A	C	B	A	C	D	C	C	D	D	B	A	C	A	A	D	C
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	**C**	**B**	**A**	**C**	**B**	**A**	**D**	**B**	**B**	**D**	**C**	**B**	**B**	**B**	**C**	**A**	**D**	**B**	**C**

Câu 81: Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề đúng là?

A. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

B. Trong không gian , hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Hướng dẫn giải:

Theo lý thuyết.

Chọn A.

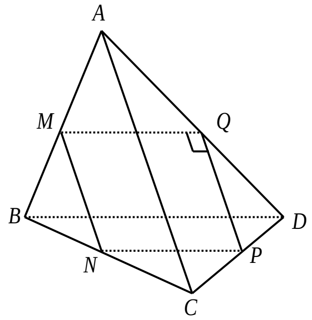
Câu 82: Cho tứ diện $ABCD$ có hai cặp cạnh đối vuông góc. Cắt tứ diện đó bằng một mặt phẳng song song với một cặp cạnh đối diện của tứ diện. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Thiết diện là hình chữ nhật. **B.** Thiết diện là hình vuông.

C. Thiết diện là hình bình hành. **D.** Thiết diện là hình thang.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



Câu 83: Cho tứ diện $ABCD$. Chứng minh rằng nếu $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$ thì $AB\perp CD$, $AC\perp BD$, $AD\perp BC$. Điều ngược lại đúng không?

Sau đây là lời giải:

Bước 1: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}\Leftrightarrow\overrightarrow{AC}.(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})=0\Leftrightarrow\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}=0\Leftrightarrow AC\perp BD$

Bước 2: Chứng minh tương tự, từ $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$ ta được $AD\perp BC$ và $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$ ta được $AB\perp CD$.

Bước 3: Ngược lại đúng, vì quá trình chứng minh ở bước 1 và 2 là quá trình biến đổi tương đương.

Bài giải trên đúng hay **sai**? Nếu sai thì sai ở đâu?

A. Sai ở bước 3. **B.** Đúng **C.** Sai ở bước 2. **D.** Sai ở bước 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 84: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ và $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$?

A. 120^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Hướng dẫn giải:

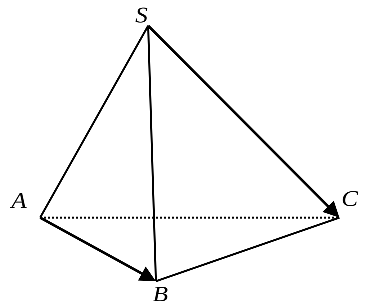
Ta có: $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{SC}.\left(\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SA}\right)=\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA}$

$=SA.SB\cos\widehat{BSC}-SC.SA.\cos\widehat{ASC}=0$

Vì $SA=SB=SC$ và $\widehat{BSC}=\widehat{ASC}$

Do đó: $\left(\overrightarrow{SC},\overrightarrow{AB}\right)=90^0$

Chọn D.



Câu 85: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo của góc (MN,SC) bằng:

A. 45^0 **B.** 30^0 **C.** 90^0 **D.** 60^0

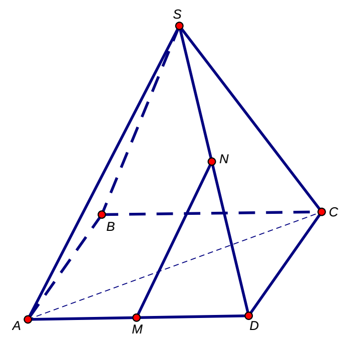
Hướng dẫn giải:

Ta có: $AC=a\sqrt{2}\Rightarrow AC^2=2a^2=SA^2+SC^2\Rightarrow\Delta SAC$ vuông tại S.

Khi đó:

$\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{SC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}=0\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{NM},\overrightarrow{SC}\right)=90^0\Rightarrow(MN,SC)=90^0$

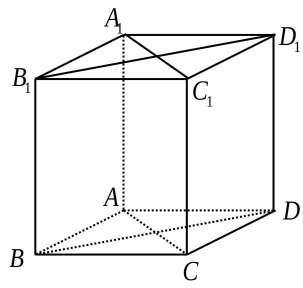
Chọn C.



Câu 86: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định **sai?**

A. Góc giữa AC và B_1D_1 bằng 90^0.
B. Góc giữa B_1D_1 và AA_1 bằng 60^0.
C. Góc giữa AD và B_1C bằng 45^0.
D. Góc giữa BD và A_1C_1 bằng 90^0.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $\overrightarrow{AA_1}.\overrightarrow{B_1D_1} = \overrightarrow{BB_1}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BB_1}.\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right)$

$= \overrightarrow{BB_1}.\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1}.\overrightarrow{BC} = 0$

(vì $\left(\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{BA}\right) = 90^0$ và $\left(\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{BC}\right) = 90^0$)

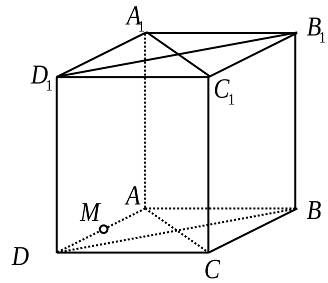
Do đó: $\left(\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{B_1D_1}\right) = 90^0 \Rightarrow \left(AA_1, B_1D_1\right) = 90^0$

Chọn B.

Câu 87: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Giá trị $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}$ là:

A. $\frac{1}{2}a^2$.
B. a^2.
C. $\frac{3}{4}a^2$.
D. $\frac{3}{2}a^2$.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1} = \left(\overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}\right)\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}\right)$

$= \overrightarrow{B_1B}.\overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AD}$

$= -a^2 + a^2 + \frac{a^2}{2}$

$= \frac{a^2}{2}$

Chọn A.

Câu 88: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có thể **sai**?

A. $A'C' \perp BD$
B. $BB' \perp BD$
C. $A'B \perp DC'$
D. $BC' \perp A'D$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BB'}.\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right) = \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BC}$

$= BB'.BA\left(\cos\widehat{B'BA} + \cos\widehat{B'BC}\right)$

Vì $AA'B'B$ và $ABCD$ là hai hình thoi bằng nhau nên

+ $\widehat{B'BA} = \widehat{B'BC} \Rightarrow \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BD} \neq 0$ suy ra BB' không vuông góc với BD

+ $\widehat{B'BA} + \widehat{B'BC} = 180^0 \Rightarrow \cos\widehat{B'BA} = -\cos\widehat{B'BC} \Rightarrow \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BD} = 0$ suy ra $BB' \perp BD$

Nên đáp án B có thể sai vì chưa có điều kiện của góc $\widehat{B'BA}$ và $\widehat{B'BC}$

Chọn B.

Câu 89: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

A. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì a vuông góc với c

B. Cho ba đường thẳng a, b, c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có một đường thẳng d vuông góc với a thì d song song với b hoặc c

C. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì a vuông góc với c

D. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Một đường thẳng c vuông góc với a thì c vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (a, b).

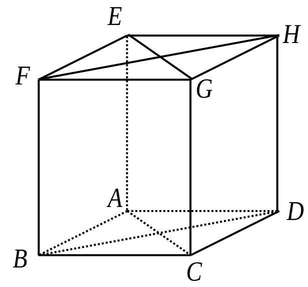
Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 90: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$?

A. 90^0 **B.** 60^0 **C.** 45^0 **D.** 120^0

Hướng dẫn giải:



Ta có: $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{EG}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=45^0$

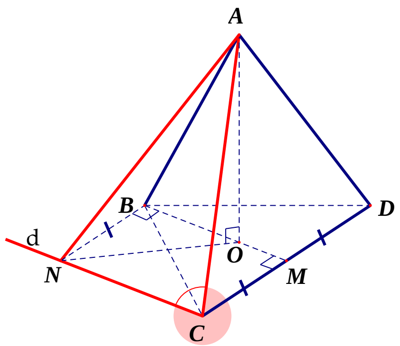
Chọn C.

Câu 91: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm CD, α là góc giữa AC và BM. Chọn khẳng định đúng?

A. $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ **C.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\alpha=60^0$

Hướng dẫn giải:

Gọi O là trọng tâm của $\Delta BCD \Rightarrow AO\perp(BCD)$



Trên đường thẳng d qua C và song song BM lấy điểm N sao cho $BMCN$ là hình chữ nhật, từ đó suy ra:
$\angle(AC,BM)=\angle(AC,CN)=\angle ACN=\alpha$

Có: $CN=BM=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ và $BN=CM=\dfrac{a}{2}$

$$AO^2=AB^2-BO^2=AB^2-\left(\frac{2}{3}BM\right)^2=\frac{2}{3}a^2$$

$$ON^2=BN^2+BO^2=\frac{7}{12}a^2$$

$$AN=\sqrt{AO^2+ON^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$$

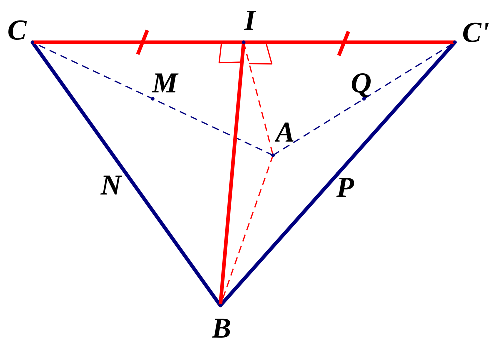
$$\Rightarrow\cos\alpha=\frac{AC^2+CN^2-AN^2}{2.AC.CN}=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

Chọn C

Câu 92: Trong không gian cho hai tam giác đều ABC và ABC' có chung cạnh AB và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi $M,\ N,\ P,\ Q$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $AC,\ CB,\ BC'$ và $C'A$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CC'}$?

A. 45^0 **B.** 120^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Hướng dẫn giải:



·Gọi I là trung điểm CC'

·$\Delta CAC'$ cân tại $A\Rightarrow CC'\perp AI$ (1)

·$\Delta CBC'$ cân tại $B\Rightarrow CC'\perp BI$ (2)

$\xrightarrow{(1),(2)} CC' \perp (AIB) \Rightarrow CC' \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{CC'} \perp \overrightarrow{AB}$

Kết luận: góc giữa $\overrightarrow{CC'}$ và $\overrightarrow{AB}$ là 90^0

Chọn **D**

Câu 93: Cho $\vec{a} = 3,\ \vec{b} = 5$ góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120^0 . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng đính sau?

A. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \sqrt{19}$ **B.** $\left|\vec{a}-\vec{b}\right| = 7$ **C.** $\left|\vec{a}-2\vec{b}\right| = \sqrt{139}$ **D.** $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right| = 9$

Hướng dẫn giải

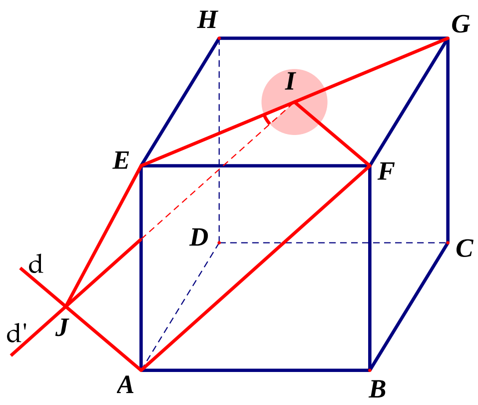
Ta có: $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a}.\vec{b}.cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 19$.

Chọn A.

Câu 94: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$?

A. 90^0 **B.** 60^0 **C.** 45^0 **D.** 120^0

Hướng dẫn giải:



Đặt cạnh của hình lập phương trên là a

Gọi I là giao trung điểm EG

Qua A kẻ đường thẳng $d // FI$

Qua I kẻ đường thẳng $d' // FA$

$\longrightarrow d$ cắt d' tại J

Từ đó suy ra $\angle(\overrightarrow{EG}, \overrightarrow{AF}) = \angle EIJ = \alpha$

$IJ = AF = 2EI = 2FI = 2AJ = a\sqrt{2}$

$EJ^2 = AE^2 + AJ^2 = \dfrac{3}{2}$

$$\cos\alpha = \left|\frac{EI^2 + IJ^2 - EJ^2}{2.EI.IJ}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^0$$

Chọn B

Câu 95: Trong không gian cho ba điểm $A,\ B,\ C$ bất kỳ, chọn đẳng thức đúng?

A. $2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2 + AC^2 - BC^2$ **B.** $2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2 + AC^2 - 2BC^2$

C. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2 + AC^2 - 2BC^2$ **D.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2 + AC^2 - BC^2$

Hướng dẫn giải

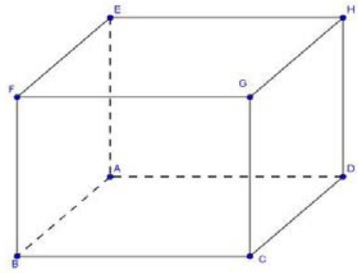
$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.cos\left(\widehat{AB,AC}\right) = AB^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, do đó đáp án A đúng.

Chọn A

Câu 96: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a . Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$

A. $a^2\sqrt{3}$ **B.** a^2 **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ **D.** $a^2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải.



Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, mặt khác $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Suy ra

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = a^2$.

Chọn B

Câu 97: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a,\ BD = 3a$. Gọi $M,\ N$ lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết AC vuông góc với BD. Tính MN

A. $MN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ **B.** $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

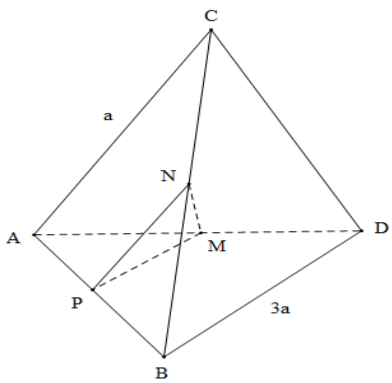
C. $MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ **D.** $MN = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn giải

Kẻ $NP//AC\ (P \in AB)$, nối MP.

NP là đường trung bình $\Delta BAC \Rightarrow PN = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}$.

PM là đường trung bình $\Delta ABD \Rightarrow PM = \frac{1}{2}BD = \frac{3a}{2}$.



Lại có $\left(\widehat{AC,BD}\right) = \left(\widehat{PN,PM}\right) = \widehat{NPM} = 90°$ suy ra $\Rightarrow \Delta NPM$ vuông tại P.

Vậy $MN = \sqrt{PN^2 + PM^2} = \frac{\sqrt{10}a}{2}$.

Chọn **B.**

Câu 98: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

A. Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì cả ba đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng

B. Ba đường thẳng cắt nhau từng đôi một và không nằm trong một mặt phẳng thì đồng quy

C. Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cắt nhau cho trước thì cả ba đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng

D. Ba đường thẳng cắt nhau từng đôi một thì cùng nằm trong một mặt phẳng

Hướng dẫn giải

Gọi $d_1,\ d_2,\ d_3$ là 3 đường thẳng cắt nhau từng đôi một. Giả sử $d_1,\ d_2$ cắt nhau tại A, vì d_3 không nằm cùng mặt phẳng với $d_1,\ d_2$ mà d_3 cắt $d_1,\ d_2$ nên d_3 phải đi qua A. Thật vậy giả sử d_3 không đi qua A thì nó phải cắt $d_1,\ d_2$ tại hai điểm $B,\ C$ điều này là vô lí, một đường thẳng không thể cắt một mặt phẳng tại hai điểm phân biệt.

Câu 99: Cho tứ diện $ABCD$ trong đó $AB=6,\ CD=3$, góc giữa AB và CD là $60°$ và điểm M trên BC sao cho $BM=2MC$. Mặt phẳng (P) qua M song song với AB và CD cắt $BD,\ AD,\ AC$ lần lượt tại $M,\ N,\ Q$. Diện tích $MNPQ$ bằng:

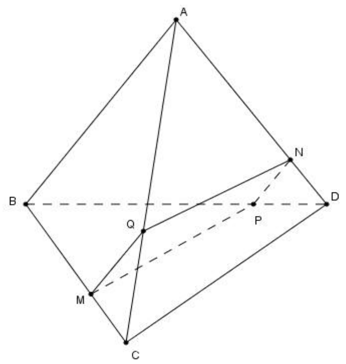
A. $2\sqrt{2}$ **B.** 2 **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Hướng dẫn giải

Thiết diện $MNPQ$ là hình bình hành.

Ta có $\left(\widehat{AB;CD}\right)=\left(\widehat{QM;MP}\right)=\widehat{QMP}=60°$.

Suy ra $S_{MPNQ}=QM.QN.sin60^0$.



Lại có

$$\Delta CMQ \sim \Delta CBA \Rightarrow \frac{CM}{CB}=\frac{MQ}{AB}=\frac{1}{3}\Rightarrow MQ=2$$

$$\Delta AQN \sim \Delta ACD \Rightarrow \frac{AQ}{AC}=\frac{QN}{CD}=\frac{2}{3}\Rightarrow QN=2$$

Do đó $S_{MPNQ}=QM.QN.sin60^0=2.2.sin60^0=2\sqrt{3}$.

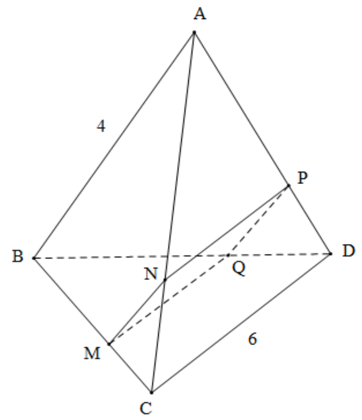
Chọn C

Câu 100: Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD, $AB=4$, $CD=6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC=2BM$. Mặt phẳng (P) đi qua M song song với AB và CD. Diện tích thiết diện của (P) với tứ diện là?

A. 5 **B.** 6 **C.** $\frac{17}{3}$ **D.** $\frac{16}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\left(\widehat{AB,CD}\right)=\left(\widehat{MN,MQ}\right)=\widehat{NMQ}=90°$.



Suy ra thiết diện $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Lại có:

$\Delta CMN\sim\Delta CBA\Rightarrow\frac{CM}{CB}=\frac{MN}{AB}=\frac{1}{3}\Rightarrow MN=\frac{4}{3}$

$\Delta ANP\sim\Delta ACD\Rightarrow\frac{AN}{AC}=\frac{NP}{CD}=\frac{2}{3}\Rightarrow MP=4$

Suy ra $S_{MNPQ}=MN.NP=\frac{16}{3}$.

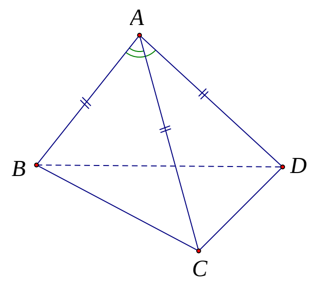
Chọn D

Câu 101: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=AD$ và $\widehat{BAC}=\widehat{BAD}=60^0$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 120^0. **D.** 90^0.

Hướng dẫn giải

Ta có



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

$=AB.AD.\cos 60^0-AB.AC.\cos 60^0=0$

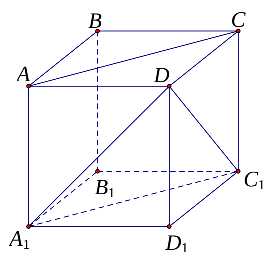
$\Rightarrow\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=90^0$

Câu 102: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa AC và DA_1 là

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 60^0. **D.** 120^0.

Hướng dẫn giải

Vì $A'C'//AC$ nên góc giữa AC và DA_1 là $\widehat{DA_1C_1}$.



Vì tam giác DA_1C_1 đều nên $\widehat{DA_1C_1}=60^0$.

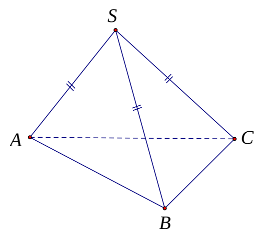
Vậy góc giữa AC và DA_1 bằng 60^0.

Câu 103: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$?

A. 120^0. **B.** 90^0. **C.** 60^0. **D.** 45^0.

Hướng dẫn giải

Ta có



$\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SA}.\left(\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}\right) = \overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB}$

$= SA.SC.\cos\widehat{ASC} - SA.SB.\cos\widehat{ASB} = 0$

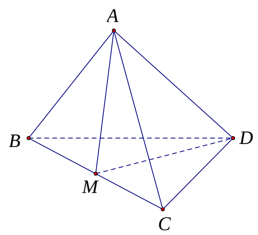
$\Rightarrow \left(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}\right) = 90^0$

Câu 104: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC. Khi đó $\cos\left(AB, DM\right)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Giả sử cạnh của tứ diện là a.



Ta có $\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}\right) = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DM}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{DM}\right|} = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DM}}{a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}$

Mặt khác

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD}\right) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = AB.AM.\cos 30^0 - AB.AD.\cos 60^0$

$= a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} - a.a.\dfrac{1}{2} = \dfrac{3a^2}{4} - \dfrac{a^2}{2} = \dfrac{a^2}{4}$.

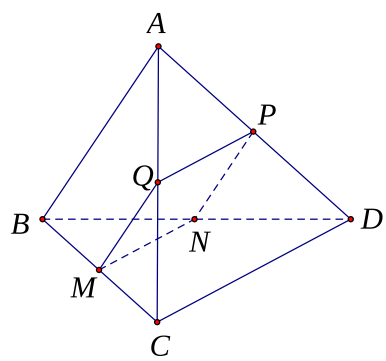
Do có $\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$. Suy ra $\cos\left(AB, DM\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 105: Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD, $AB = CD = 6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = x.BC$ $\left(0 < x < 1\right)$. mp$\left(P\right)$ song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q. Diện tích lớn nhất của tứ giác bằng bao nhiêu ?

A. 9. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Xét tứ giác $MNPQ$ có $\begin{cases} MQ//NP//AB \\ MN//PQ//CD \end{cases}$



$\Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành.

Mặt khác, $AB \perp CD \Rightarrow MQ \perp MN$.

Do đó, $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Vì $MQ//AB$ nên $\dfrac{MQ}{AB} = \dfrac{CM}{CB} = x \Rightarrow MQ = x.AB = 6x$.

Theo giả thiết $MC = x.BC \Rightarrow BM = (1-x)BC$.

Vì $MN // CD$ nên $\frac{MN}{CD} = \frac{BM}{BC} = 1-x \Rightarrow MN = (1-x).CD = 6(1-x)$.

Diên tích hình chữ nhật $MNPQ$ là

$$S_{MNPQ} = MN.MQ = 6(1-x).6x = 36.x.(1-x) \le 36\left(\frac{x+1-x}{2}\right)^2 = 9 .$$

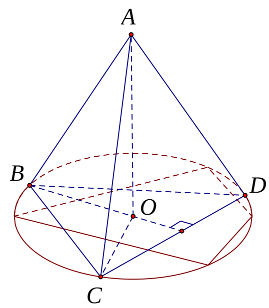
Ta có $S_{MNPQ} = 9$ khi $x = 1-x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Vậy diện tích tứ giác $MNPQ$ lớn nhất bằng 9 khi M là trung điểm của BC.

Câu 106: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Góc giữa AO và CD bằng bao nhiêu ?

A. 0^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

Hướng dẫn giải



Ta có $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{CD} = \left(\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CA}\right)\overrightarrow{CD}$

$= \overrightarrow{CO}.\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD} = CO.CD.\cos 30^0 - CA.CD.\cos 60^0$

$= \frac{a\sqrt{3}}{3}.a.\frac{\sqrt{3}}{2} - a.a.\frac{1}{2} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2} = 0.$

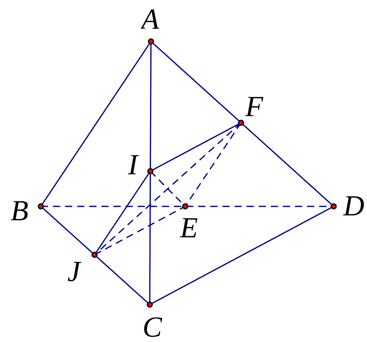
Suy ra $AO \perp CD$.

Câu 107: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD. Góc $(IE,\ JF)$ bằng

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Hướng dẫn giải

Tứ giác $IJEF$ là hình bình hành.



Mặt khác $\begin{cases} IJ = \frac{1}{2}AB \\ JE = \frac{1}{2}CD \end{cases}$ mà $AB = CD$ nên $IJ = JE$.

Do đó $IJEF$ là hình thoi.

Suy ra $(IE,\ JF) = 90^0$.

Câu 108: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng** ?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì a vuông góc với c.

C. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b. Nếu đường thẳng c vuông góc với a và b thì a, b, c không đồng phẳng.

D. Cho hai đường thẳng a và b song song, nếu a vuông góc với c thì b cũng vuông góc với c.

Hướng dẫn giải

Theo nhận xét phần hai đường thẳng vuông góc trong SGK thì đáp án D đúng.

Câu 109: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.
B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

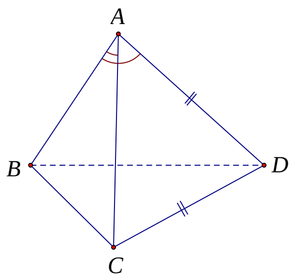
Hướng dẫn giải

Theo nhận xét phần hai đường thẳng vuông góc trong SGK thì đáp án D đúng.

Câu 110: Cho tứ diện $ABCD$ với $AC=\frac{3}{2}AD, \widehat{CAB}=\widehat{DAB}=60^0, CD=AD$. Gọi φ là góc giữa AB và CD. Chọn khẳng định **đúng** ?

A. $\cos\varphi=\frac{3}{4}$. **B.** $\varphi=60^0$. **C.** $\varphi=30^0$. **D.** $\cos\varphi=\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải



Ta có $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{AB.CD}$

Mặt khác

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

$=AB.AD.\cos 60^0-AB.AC.\cos 60^0$

$=AB.AD.\frac{1}{2}-AB.\frac{3}{2}AD.\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}AB.AD=-\frac{1}{4}AB.CD.$

Do có $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=\frac{-\frac{1}{4}AB.CD}{AB.CD}=-\frac{1}{4}$. Suy ra $\cos\varphi=\frac{1}{4}$.

Câu 111: Trong không gian cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABC'D'$ có chung cạnh AB và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau, lần lượt có tâm O và O'. Tứ giác $CDD'C'$ là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình vuông. **C.** Hình thang. **D.** Hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải

Tứ giác $CDD'C'$ là hình bình hành. Lại có: $DC\perp\left(ADD'\right)\Rightarrow DC\perp DD'$.

Vậy tứ giác $CDD'C'$ là hình chữ nhật.

Câu 112: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$, IJ=$\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là :

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

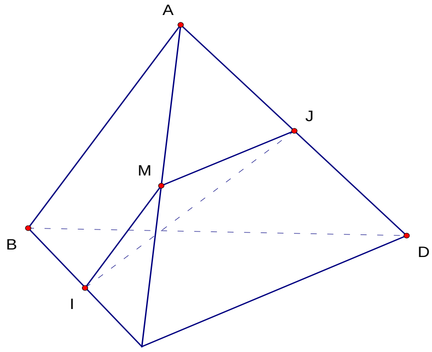
Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm của AC.

Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng góc giữa hai đường thẳng MI và MJ.

Tính được: $\cos IMJ = \frac{IM^2 + MJ^2 - IJ^2}{2MI.MJ} = -\frac{1}{2}$

Từ đó suy ra số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là: 60^0.



\

Câu 113: Cho tứ diện $ABCD$ với $AB \perp AC$, $AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD. Góc giữa PQ và AB là?

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{PQ} \Rightarrow AB \perp PQ$

Câu 114: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\cos\alpha = \frac{3}{8}$. **B.** $\alpha = 30^0$. **C.** $\cos\alpha = \frac{1}{3}$. **D.** $\alpha = 60^0$.

Hướng dẫn giải

$(\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a}.\vec{b} \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} = \frac{9}{2}$.

Do đó: $\cos\alpha = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|} = \frac{3}{8}$.

Câu 115: Cho tứ diện $ABCD$. Tìm giá trị của k thích hợp thỏa mãn: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = k$

A. $k = 1$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = 0$. **D.** $k = 4$.

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = \left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}\right).\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB}$

$= \overrightarrow{AC}\left(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}\right) + \overrightarrow{CB}\left(\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}\right) = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB}.\overrightarrow{AC} = 0$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 116: Trong không gian cho tam giác ABC có trọng tâm G. Chọn hệ thức đúng?

A. $AB^2 + AC^2 + BC^2 = 2\left(GA^2 + GB^2 + GC^2\right)$.

B. $AB^2 + AC^2 + BC^2 = GA^2 + GB^2 + GC^2$.

C. $AB^2+AC^2+BC^2=4\left(GA^2+GB^2+GC^2\right)$.

D. $AB^2+AC^2+BC^2=3\left(GA^2+GB^2+GC^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Cách 1

Ta có

$\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)^2=0$

$\Leftrightarrow GA^2+GB^2+GC^2+2\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GC}+2\overrightarrow{GB}.\overrightarrow{GC}=0$

$\Leftrightarrow GA^2+GB^2+GC^2+\left(GA^2+GB^2-AB^2\right)+\left(GA^2+GC^2-AC^2\right)+\left(GB^2+GC^2-BC^2\right)=0$

$\Leftrightarrow AB^2+AC^2+BC^2=3\left(GA^2+GB^2+GC^2\right)$

Cách 2: Ta có:

$$\begin{cases} MA^2=\dfrac{AB^2+AC^2}{2}-\dfrac{BC^2}{4} \\ GA=\dfrac{2}{3}MA \end{cases} \Rightarrow GA^2=\frac{4}{9}\left(\frac{AB^2+AC^2}{2}-\frac{BC^2}{4}\right).$$

Tương tự ta suy ra được

$$GA^2+GB^2+GC^2=\frac{4}{9}\left(\frac{AB^2+AC^2}{2}-\frac{BC^2}{4}+\frac{BA^2+BC^2}{2}-\frac{AC^2}{4}+\frac{CA^2+CB^2}{2}-\frac{AB^2}{4}\right).$$

$$=\frac{1}{3}\left(AB^2+BC^2+CA^2\right).$$

$\Leftrightarrow 3\left(GA^2+GB^2+GC^2\right)=AB^2+BC^2+CA^2$

Chọn đáp án **D.**

Cách 3: Chuẩn hóa giả sử tam giác ABC đều có cạnh là 1. Khi đó

$$\begin{cases} AB^2+BC^2+CA^2=3 \\ GA^2+GB^2+GC^2=1 \end{cases} \Rightarrow 3\left(GA^2+GB^2+GC^2\right)=AB^2+BC^2+CA^2.$$

Chọn đáp án **D.**

Câu 117: Trong không gian cho tam giác ABC. Tìm M sao cho giá trị của biểu thức $P=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. M là trọng tâm tam giác ABC.

B. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

C. M là trực tâm tam giác ABC.

D. M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Hướng dẫn giải

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G$ cố định và $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

$P=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2$

$=3MG^2+2\overrightarrow{MG}.\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+GA^2+GB^2+GC^2$

$=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2\geq GA^2+GB^2+GC^2.$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow M\equiv G.$

Vậy $P_{\min}=GA^2+GB^2+GC^2$ với $M\equiv G$ là trọng tâm tam giác $ABC.$

Chọn đáp án **A.**

Câu 118: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right|=26;\left|\vec{b}\right|=28;\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=48$. Độ dài vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ bằng?

A. 25. **B.** $\sqrt{616}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{618}$.

Hướng dẫn giải

$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}.\vec{b}=2\left(\vec{a}^2+\vec{b}^2\right)-\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2$

$=2\left(\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2\right)-\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=2\left(26^2+28^2\right)-48^2=616$

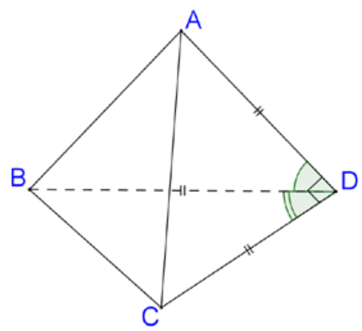
$\Rightarrow\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{616}.$

Câu 119: Cho tứ diện $ABCD$ có $DA=DB=DC$ và $\widehat{BDA}=60^0,\widehat{ADC}=90^0,\widehat{BDC}=120^0$. Trong các mặt của tứ diện đó:

A. Tam giác ABD có diện tích lớn nhất. **B.** Tam giác BCD có diện tích lớn nhất.

C. Tam giác ACD có diện tích lớn nhất. **D.** Tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

Hướng dẫn giải



Đặt $DA=DB=DC=a$

Tam giác ABD đều cạnh a nên diện tích $S_{ABD}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác ACD vuôn tại D nên diện tích $S_{ACD}=\frac{1}{2}DA.DC=\frac{a^2}{2}$.

Diện tích tam giác BCD là $S_{BCD}=\frac{1}{2}DB.DC\sin 120^0=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác ABC có $AB=a,AC=a\sqrt{2},BC=a\sqrt{3}$ nên tam giác ABC vuông tại A. Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích tam giác ABC lớn nhất.

Câu 120: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Hướng dẫn giải

Theo nhận xét phần hai đường thẳng vuông góc trong SGK thì đáp án D đúng.

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A	A	B	D	C	B	A	B	C	C	C	D	A	B	A	B	B	B	C	D
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
D	C	B	B	A	C	D	D	D	D	D	C	A	A	C	D	A	B	D	D

Câu 121: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Cho hai đường thẳng a, b song song với nhau. Một đường thẳng c vuông góc với a thì c vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (a,b).

B. Cho ba đường thẳng a, b, c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có một đường thẳng d vuông góc với a thì d song song với b hoặc c .

C. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c.

D. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c .

Hướng dẫn giải

Chọn D. Theo định lý-sgk

Câu 122: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$.

B. Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$.

C. Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$.

D. Nếu $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 123: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; \vec{a}.\vec{b} = 10$. Xét hai vectơ $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$ $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$, . Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{x}, \vec{y}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\cos\alpha = \frac{-2}{\sqrt{15}}$.

B. $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$.

C. $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{15}}$.

D. $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{15}}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\vec{x}.\vec{y} = \left(\vec{a} - 2\vec{b}\right)\left(\vec{a} - \vec{b}\right) = \left(\vec{a}\right)^2 + 2\left(\vec{b}\right)^2 - 3\vec{a}.\vec{b} = 4$.

$$\left|\vec{x}\right| = \sqrt{\left(\vec{x}\right)^2} = \sqrt{\left(\vec{a} - 2\vec{b}\right)^2} = \sqrt{\left(\vec{a}\right)^2 + 4\left(\vec{b}\right)^2 - 4\vec{a}.\vec{b}} = 2\sqrt{3}.$$

$$\left|\vec{y}\right| = \sqrt{\left(\vec{y}\right)^2} = \sqrt{\left(\vec{a} - \vec{b}\right)^2} = \sqrt{\left(\vec{a}\right)^2 + \left(\vec{b}\right)^2 - 2\vec{a}.\vec{b}} = \sqrt{5}.$$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{x}.\vec{y}}{\left|\vec{x}\right|.\left|\vec{y}\right|} = \frac{4}{2\sqrt{3}.\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{15}}$$

Câu 124: Cho tam giác ABC có diện tích S. Tìm giá trị của k thích hợp thỏa mãn: $S = \frac{1}{2}\sqrt{\overrightarrow{AB}^2.\overrightarrow{AC}^2 - 2k\left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right)^2}$.

A. $k = \frac{1}{4}$. **B.** k = 0. **C.** $k = \frac{1}{2}$. **D.** $k = 1$.

Hướng dẫn giải

$S = \frac{1}{2}AB.AC.\sin C = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2.AC^2\sin^2 C} = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2.AC^2\left(1-\cos^2 C\right)}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{\overrightarrow{AB}^2.\overrightarrow{AC}^2 - \left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right)^2}$.

Chọn C.